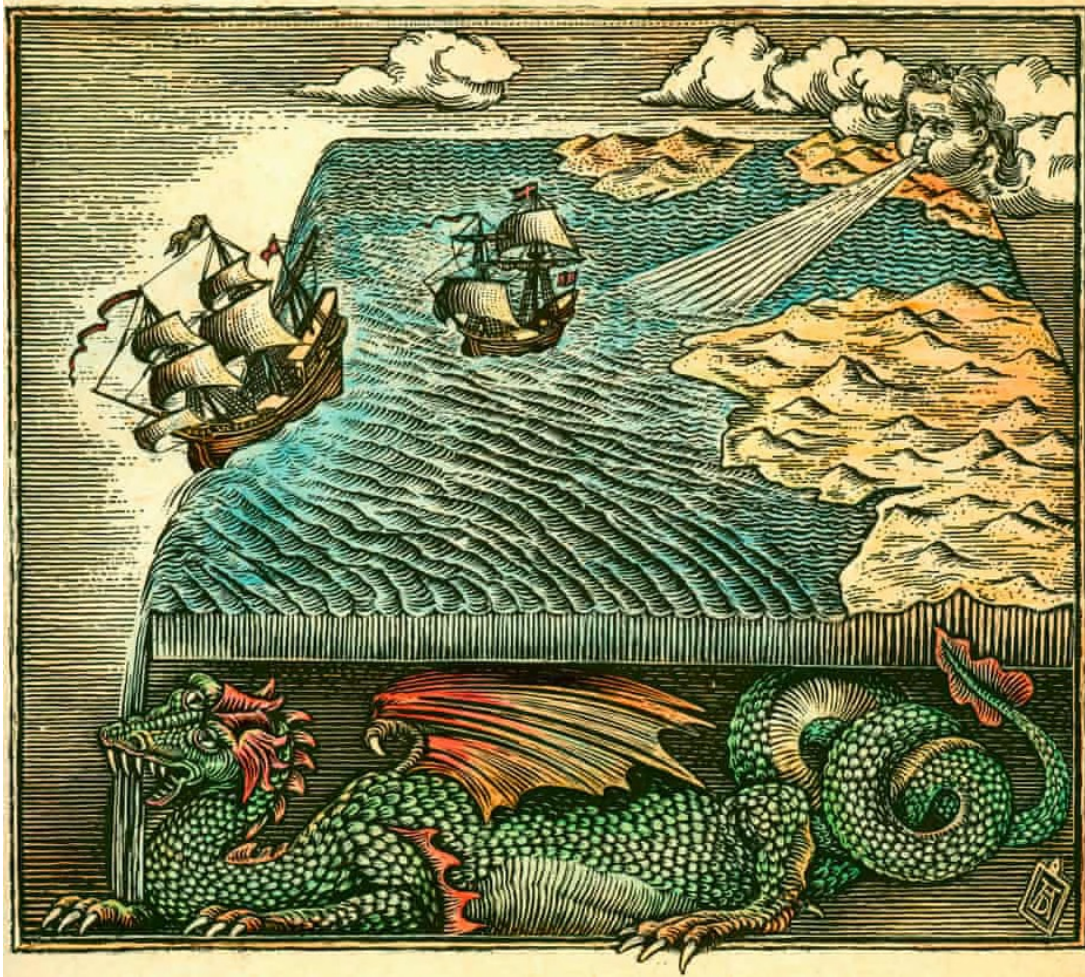


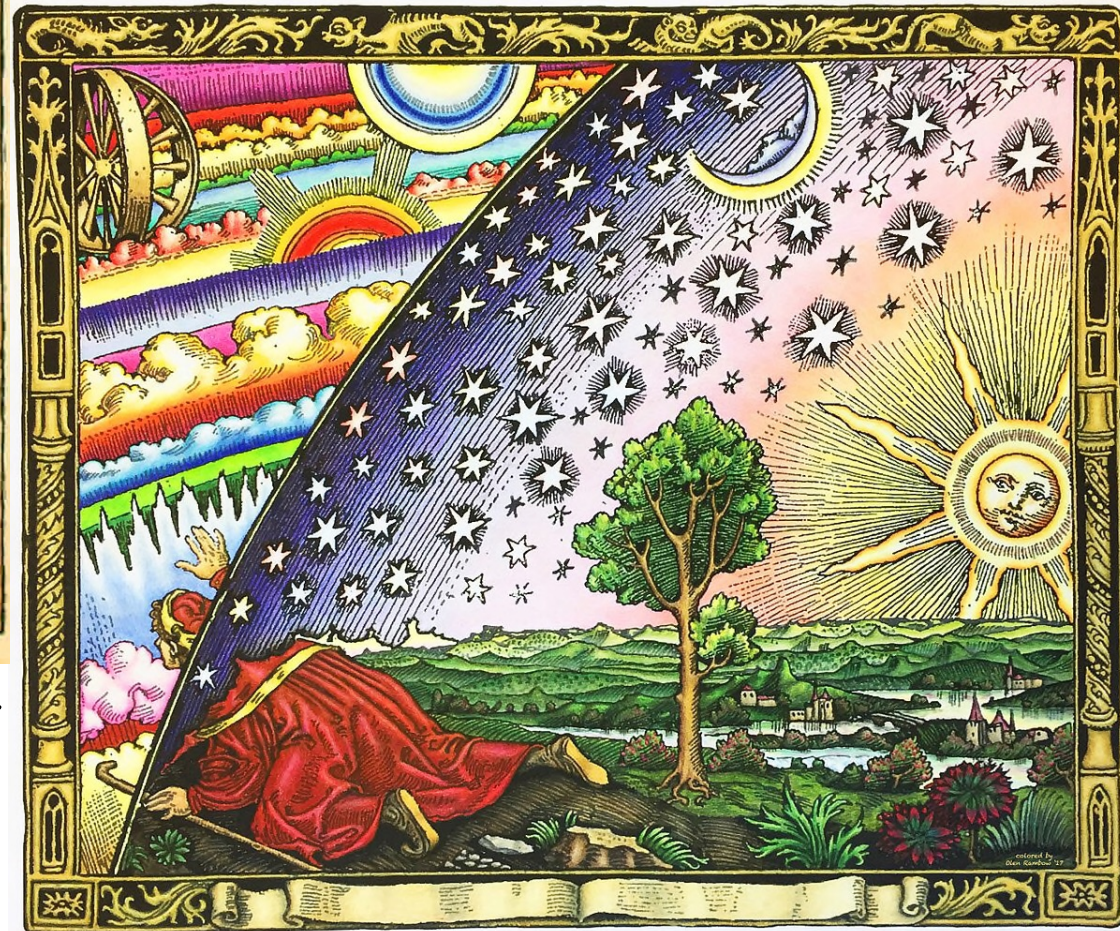
Welche Form hat unser Universum?

Arunima Ray, MPI Mathematik

# Die Erdscheibe

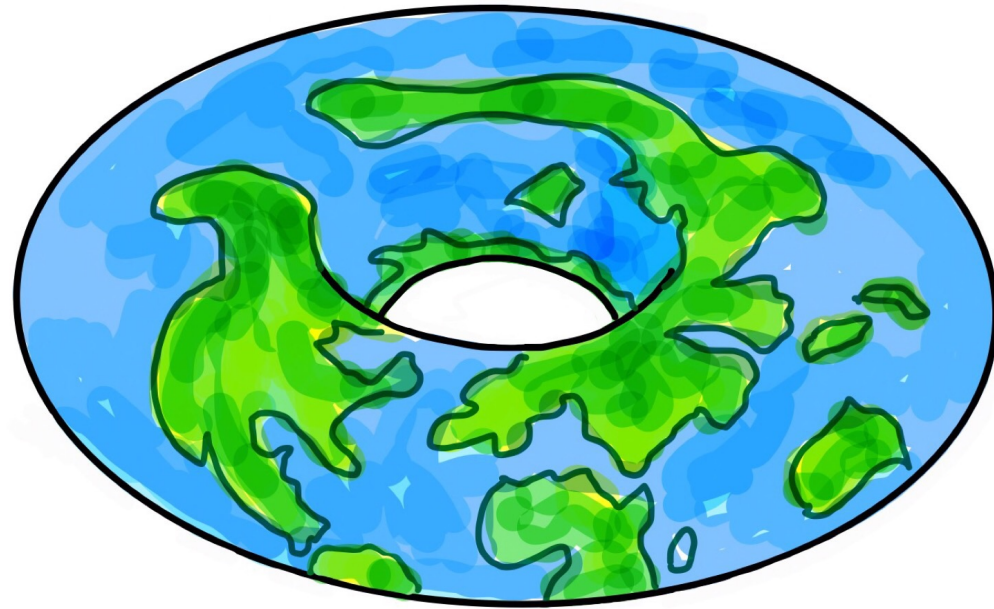


Antar Dayal/Getty images



Flammarions Holzstich, Wikimedia Commons

Der Erdtorus?



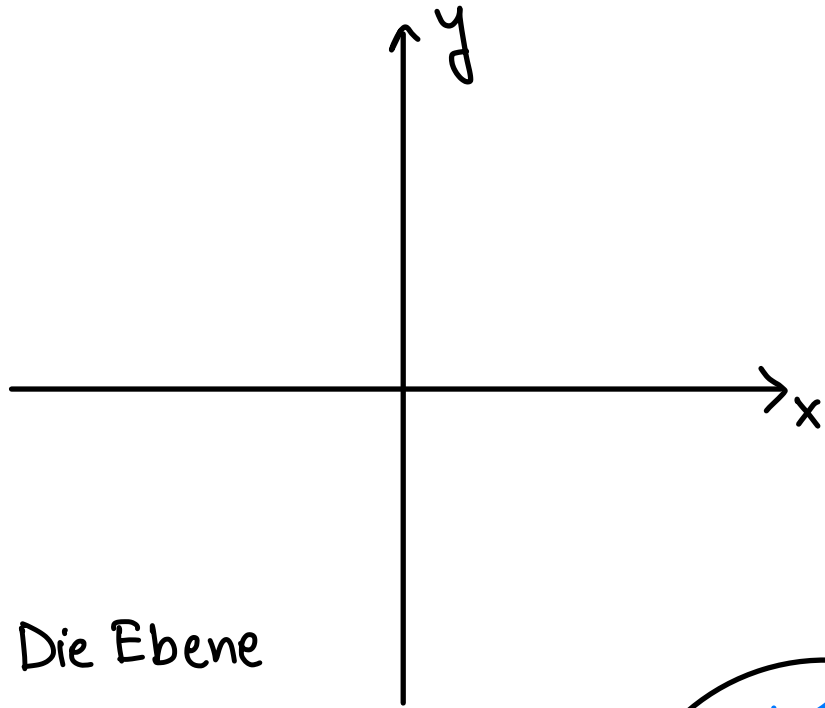
# Überblick

- Die wichtigsten Fragen zur Form eines Raums
  - endlich oder unendlich
  - Rand
  - Krümmung
- Verschiedene zwei-dimensionale Räume
- Mögliche Formen des Universums
- Eine vierte Dimension?

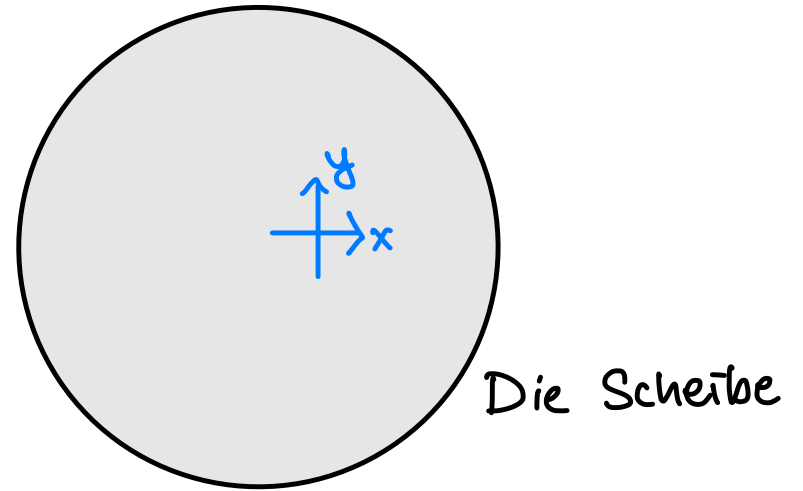
# Eigenschaften eines Raums



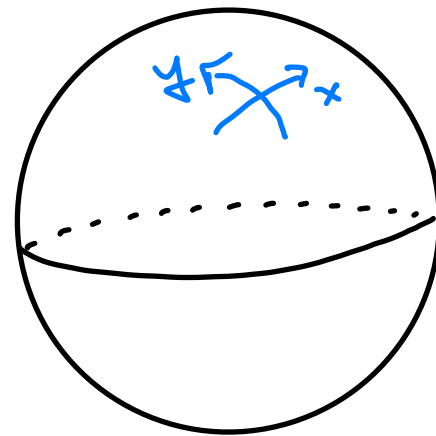
# Unendlich vs endlich



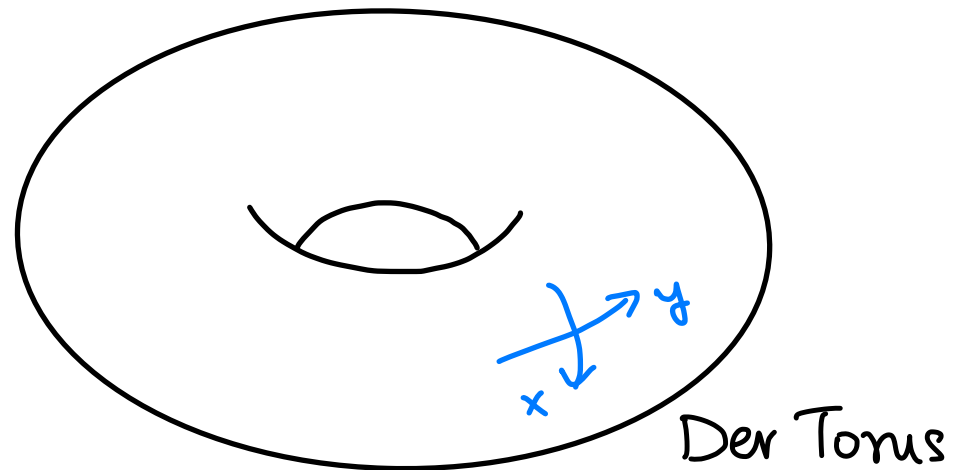
Die Ebene



Die Scheibe



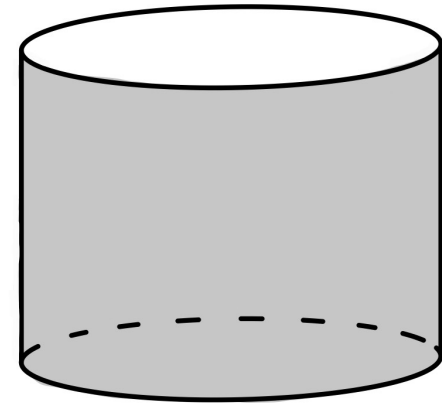
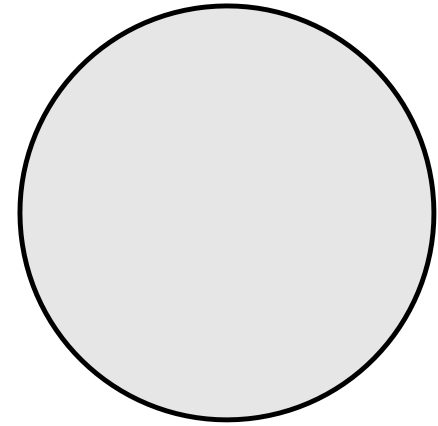
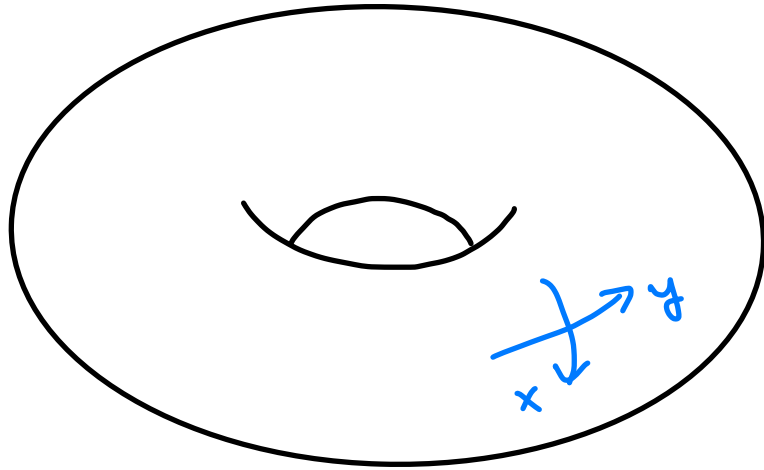
Die Sphäre



Der Torus

- Die Ebene ist unendlich, aber die Kugelfläche und der Torus nicht!

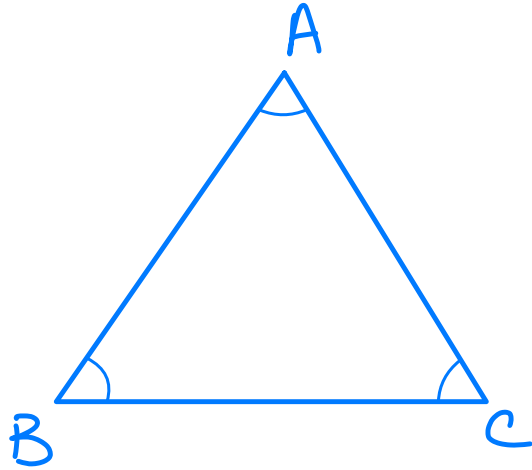
# Mit oder ohne Rand



Der Zylinder

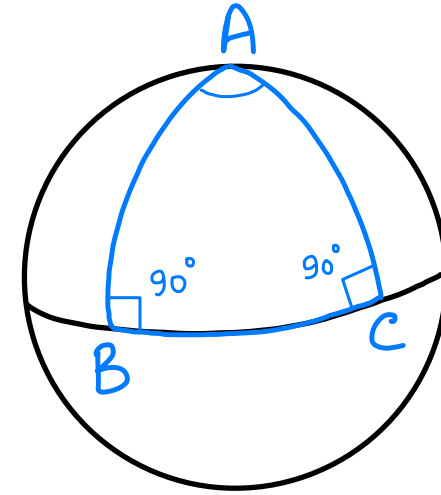
- Der Zylinder hat einen Rand (zwei sogar), aber der Torus hat keinen.

# Die Krümmung eines Raums



$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

Krümmung der Ebene = 0



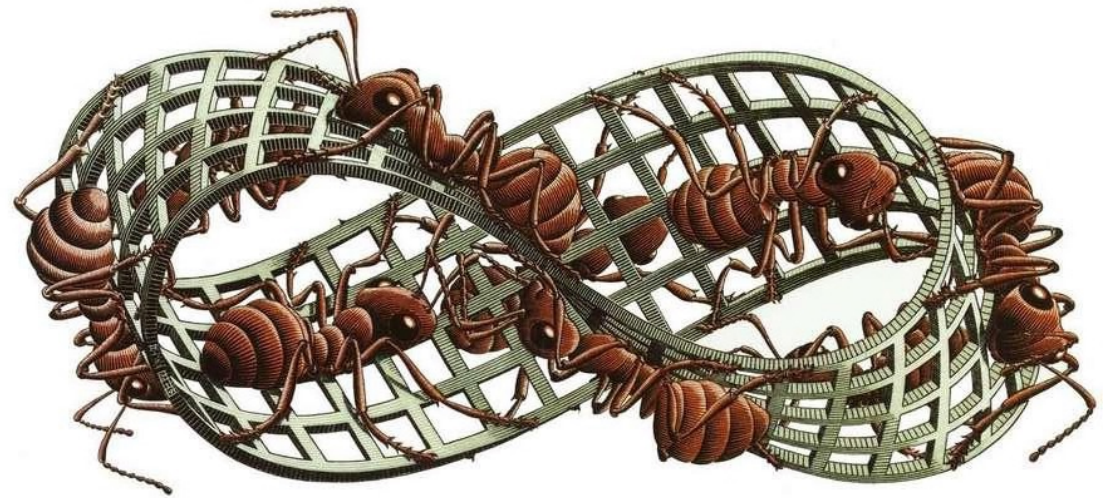
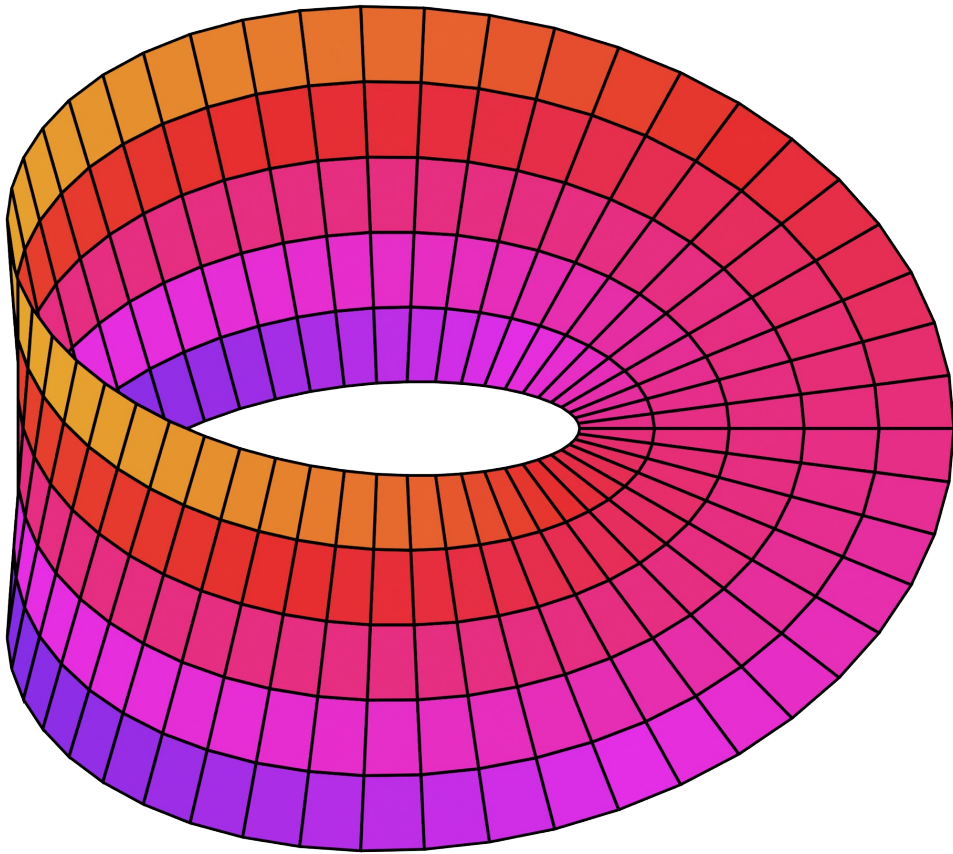
$$\angle A + \angle B + \angle C > 180^\circ$$

Krümmung der Sphäre > 0

- Die Krümmung kann auch negativ sein.



Das Möbius-Band ist „unorientierbar“

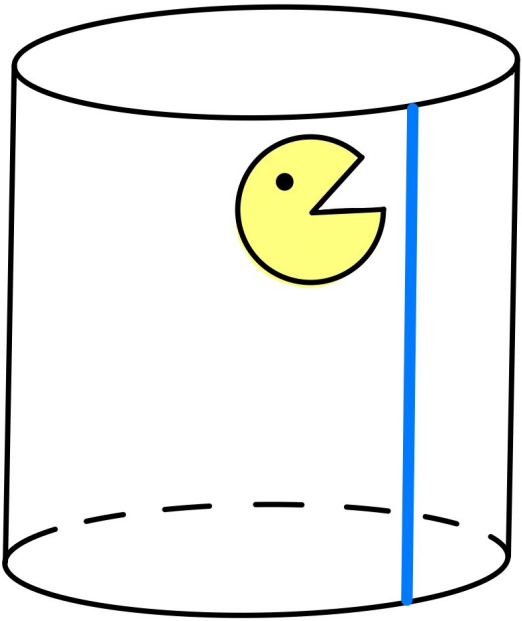
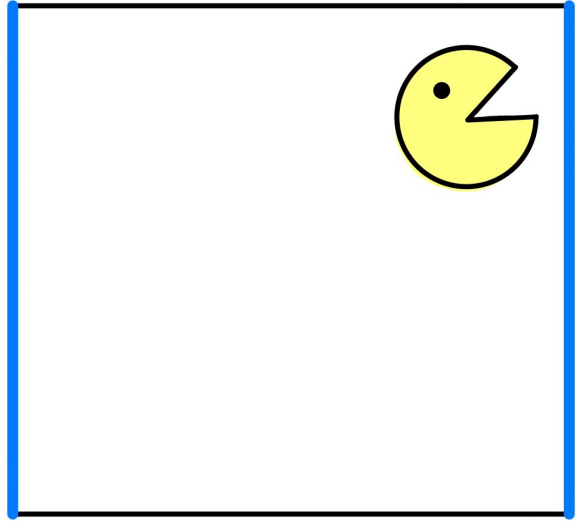


M.C. Escher

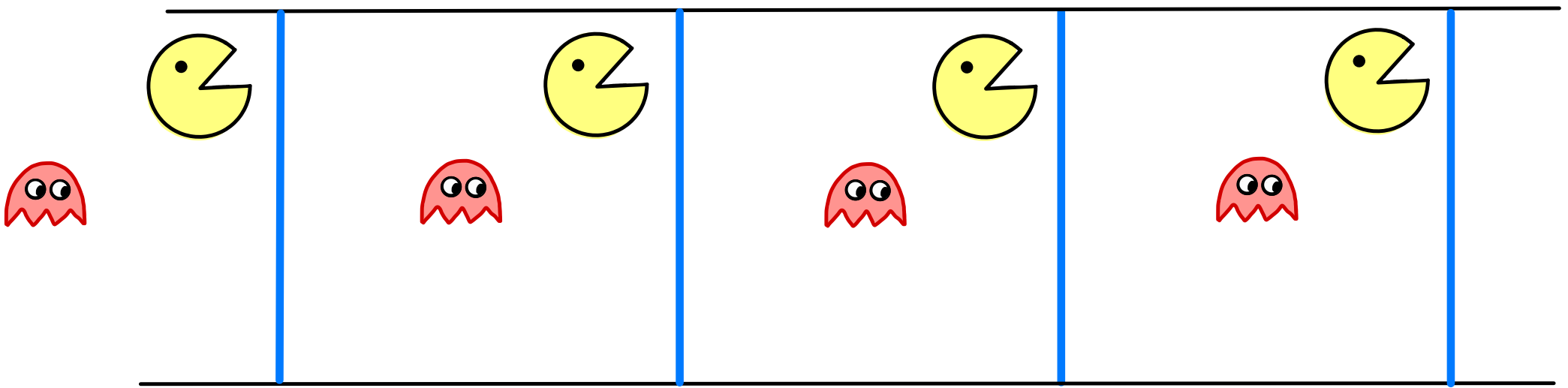
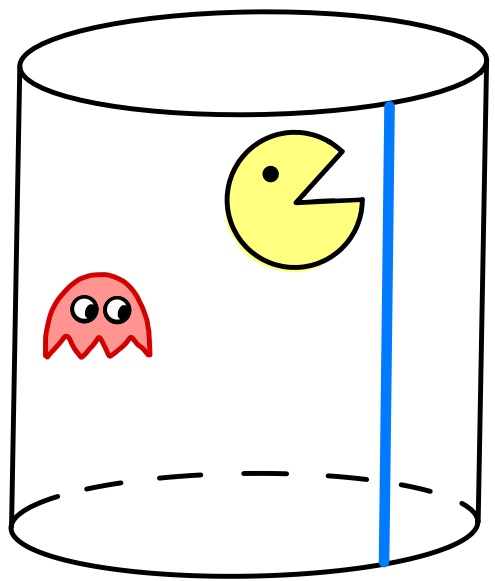
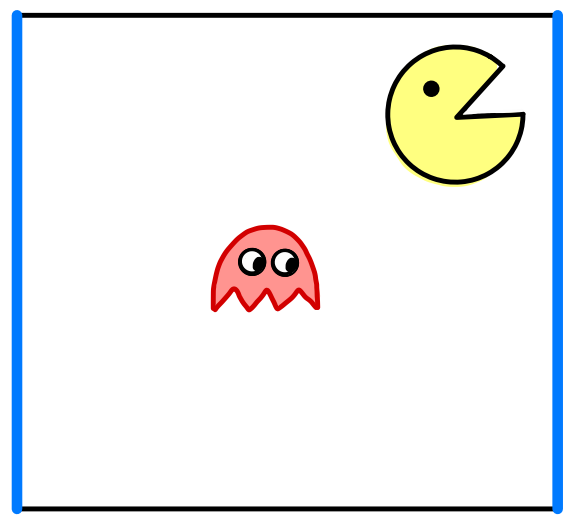
# Zwei-dimensionale Räume



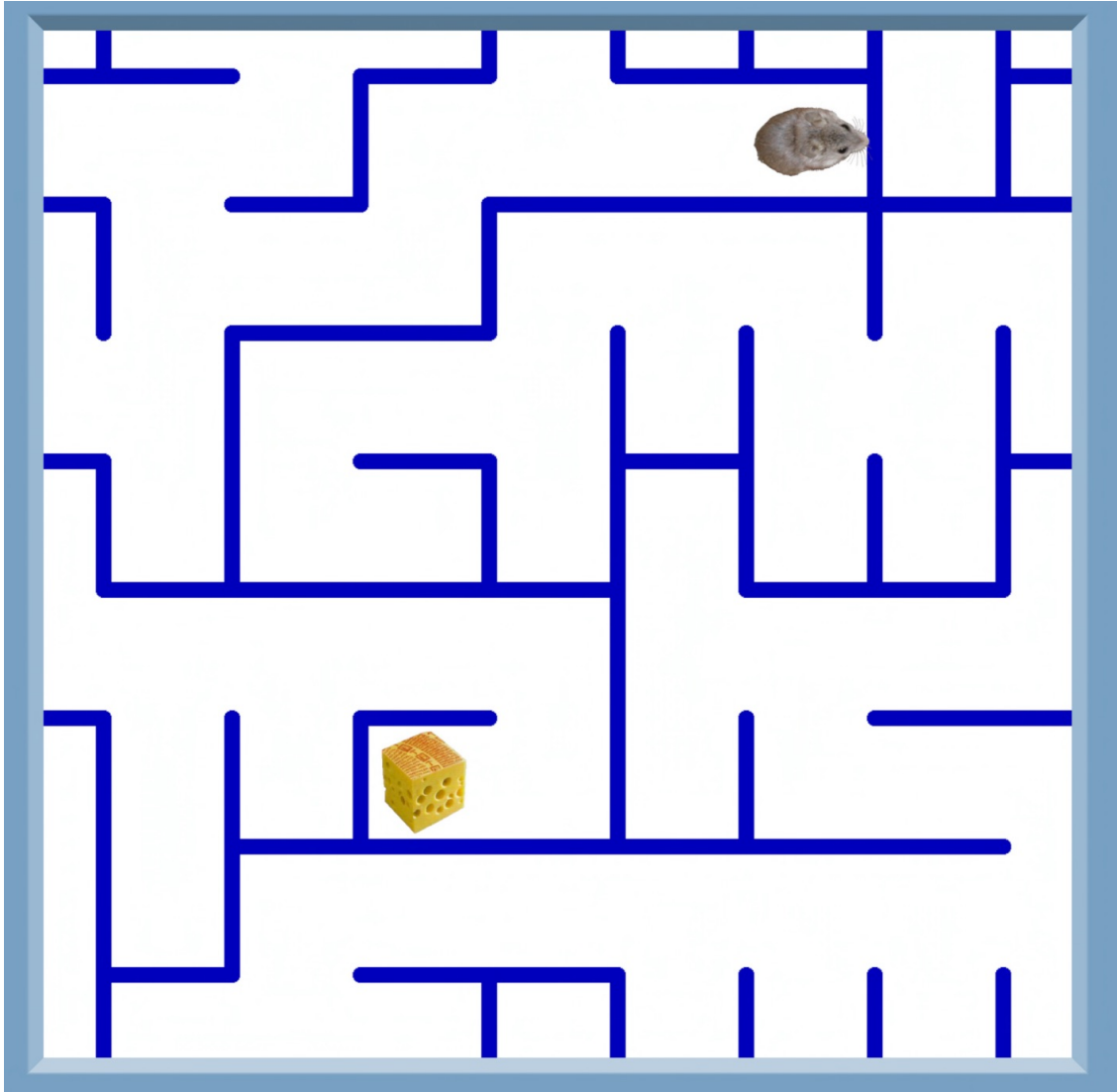
Wie sieht die Welt von PAC-Man aus?



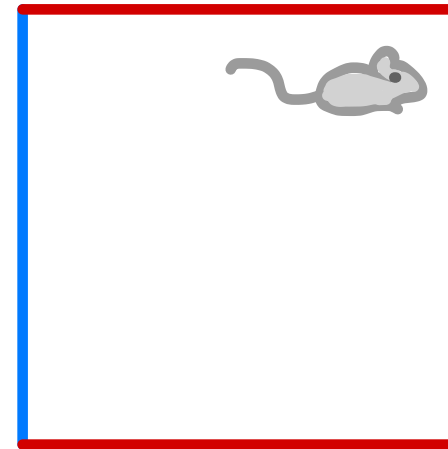
# Wie kommt PAC-Man seine Welt vor?



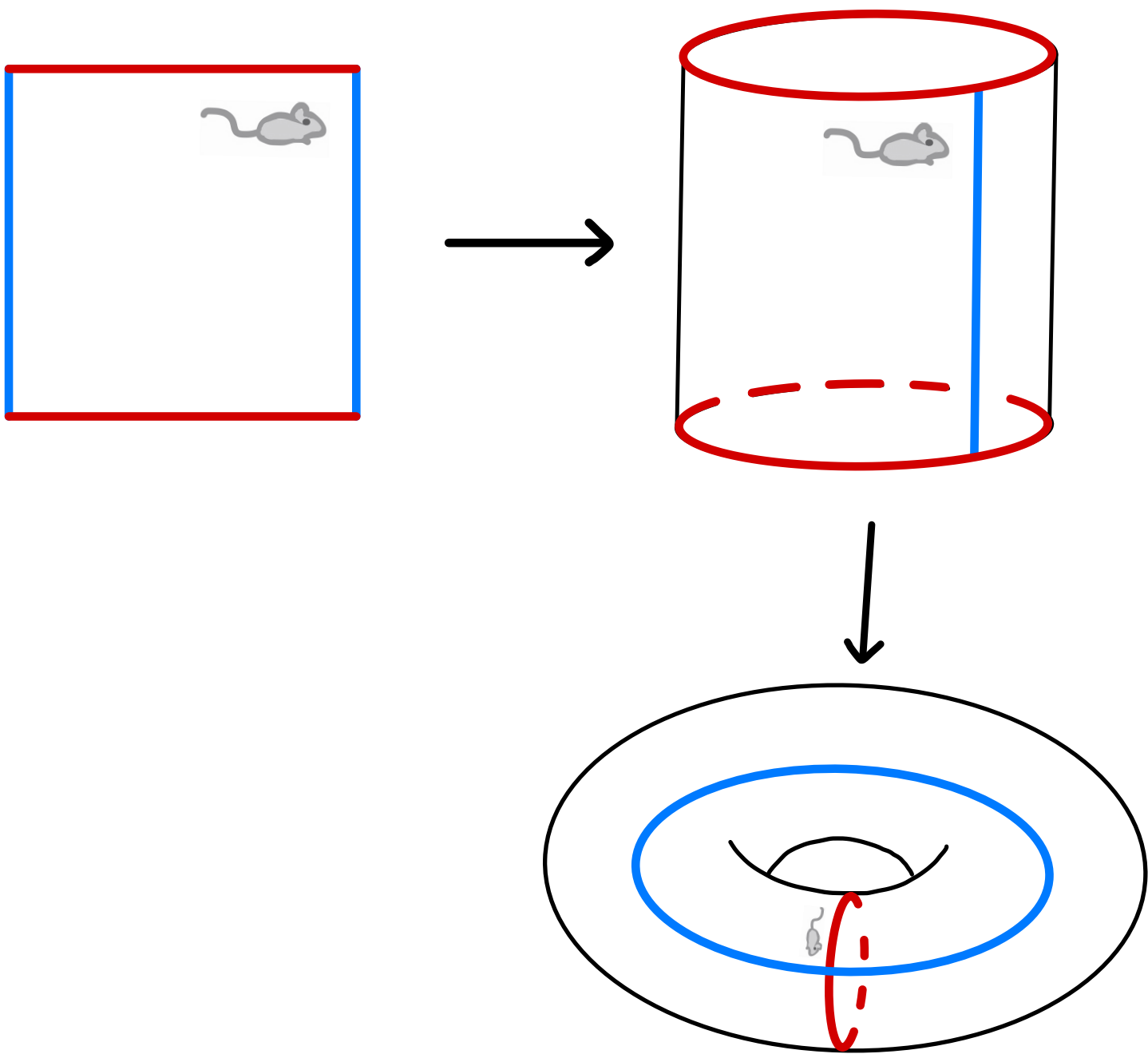
# Wie sieht die Welt der Maus aus?



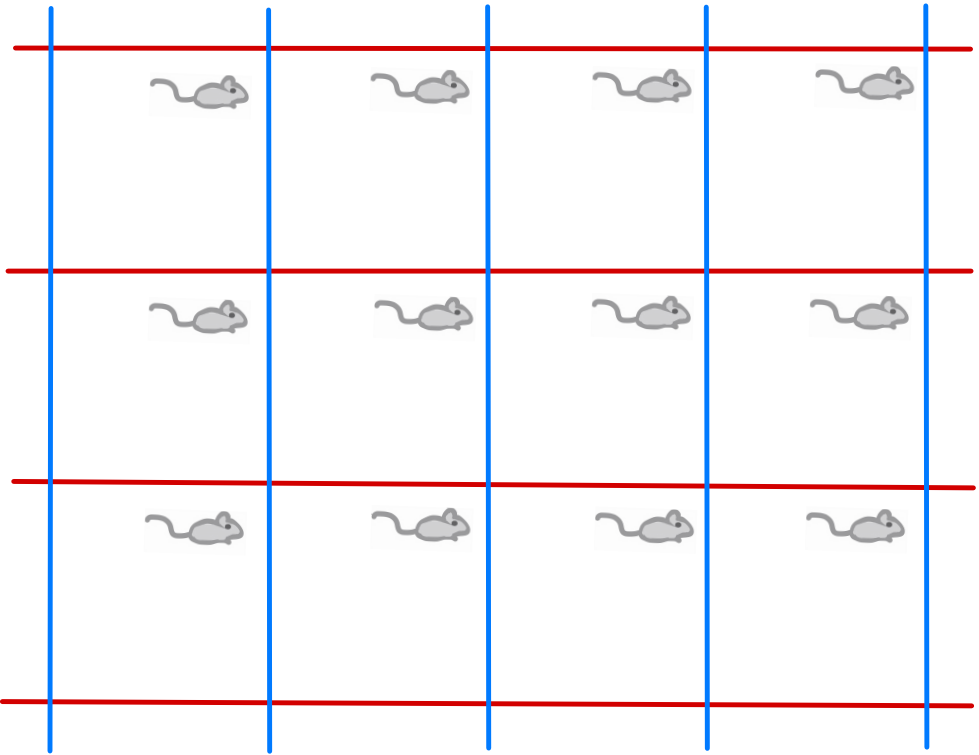
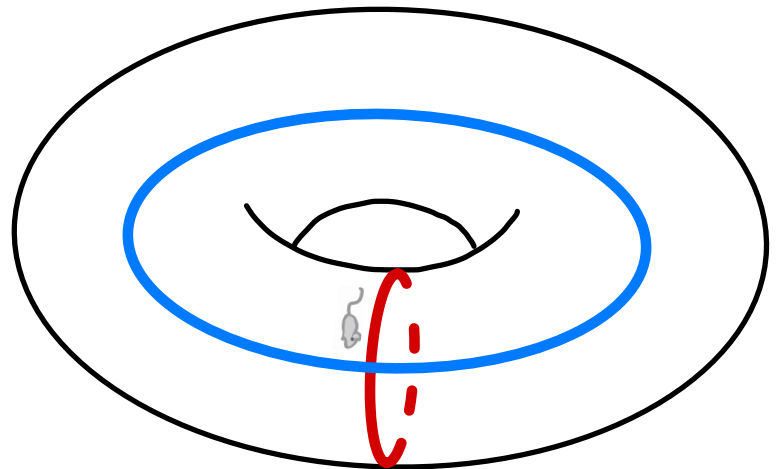
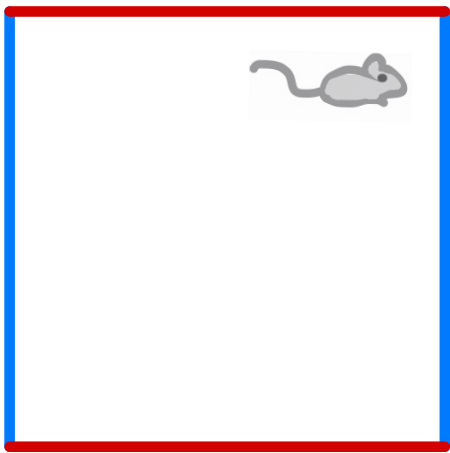
<https://www.geometrygames.org>



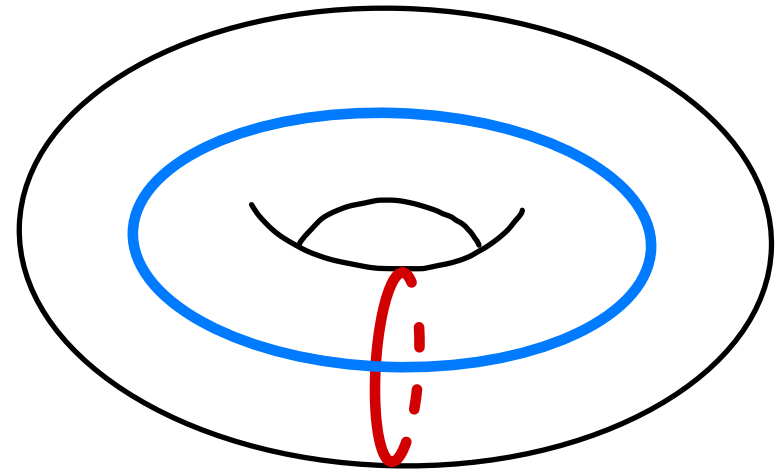
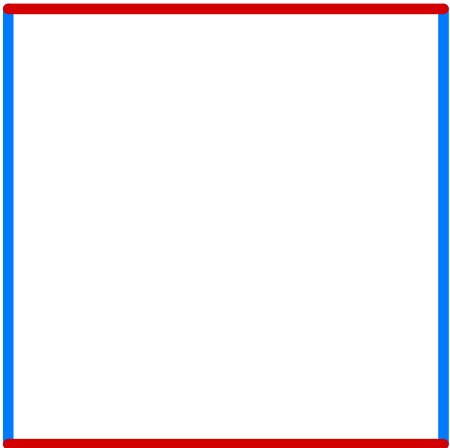
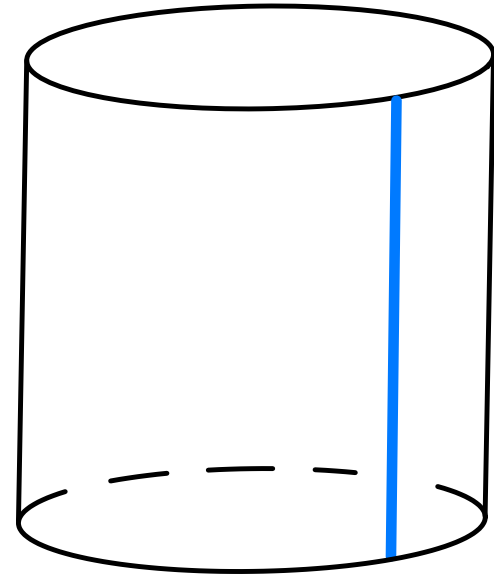
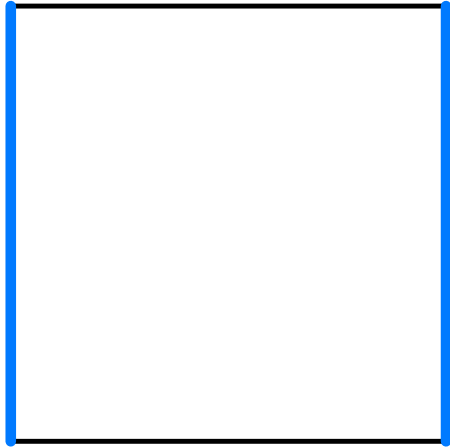
Wie sieht die Welt der Maus aus?



# Wie kommt der Maus ihre Welt vor?

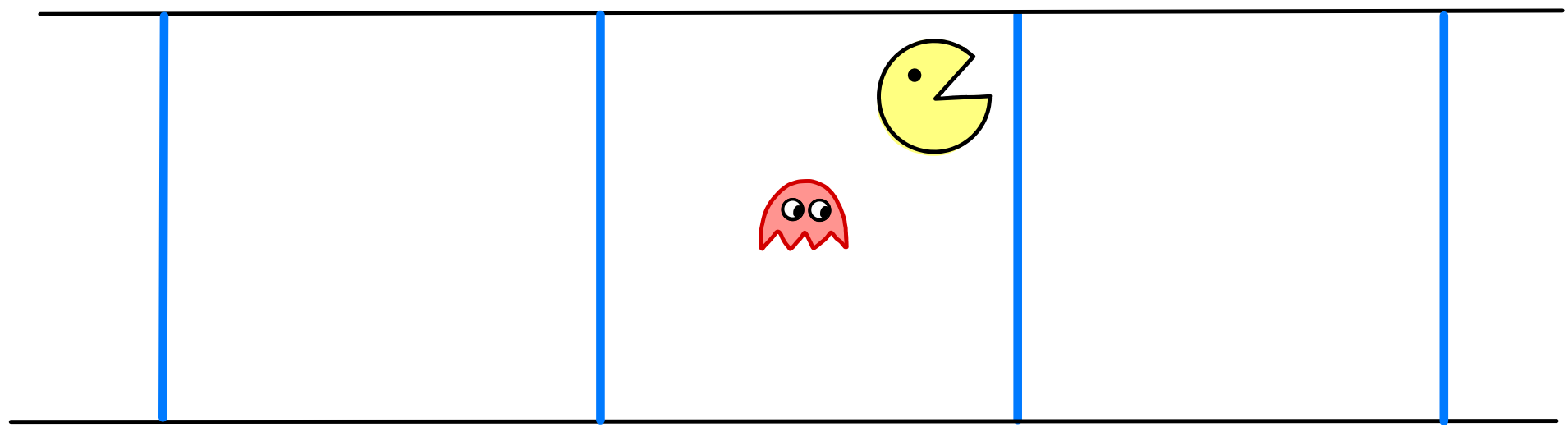
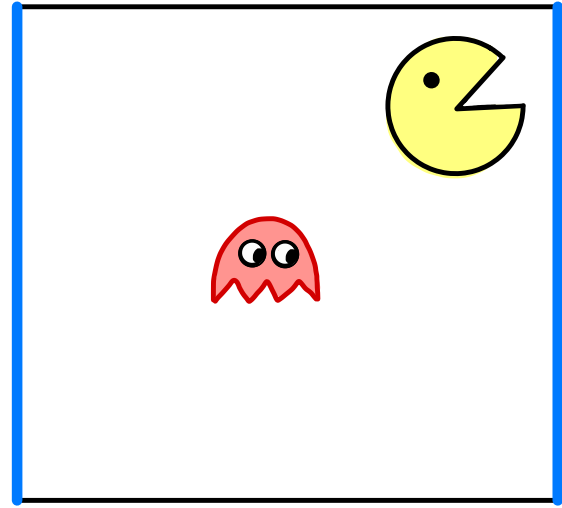
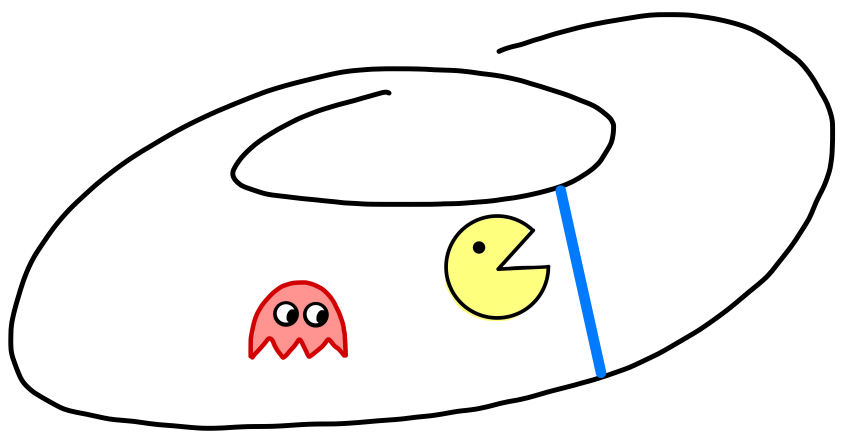


# Zwei-dimensionale Räume





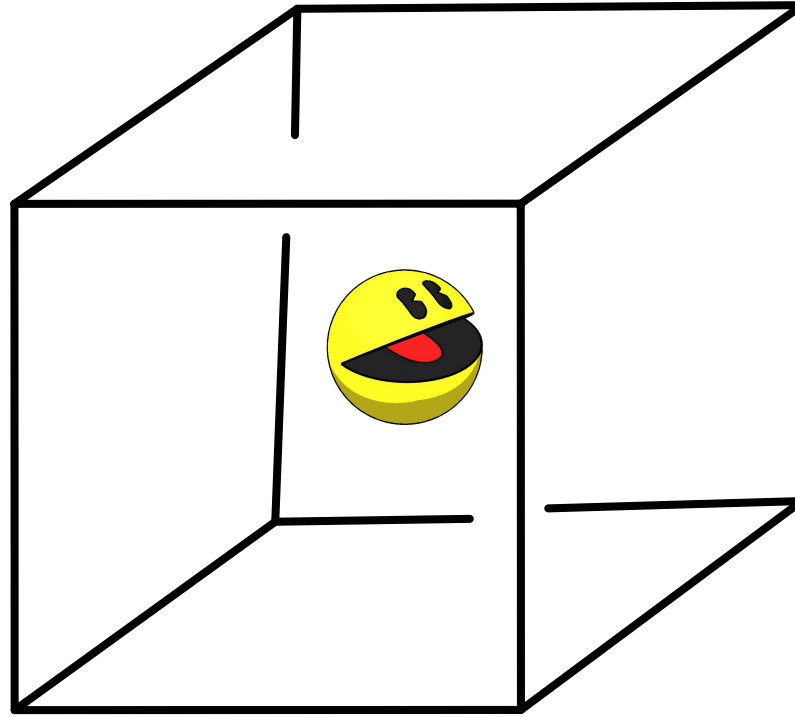
Was sähe PAC-Man, wenn er auf dem Möbius-Band wohnte?



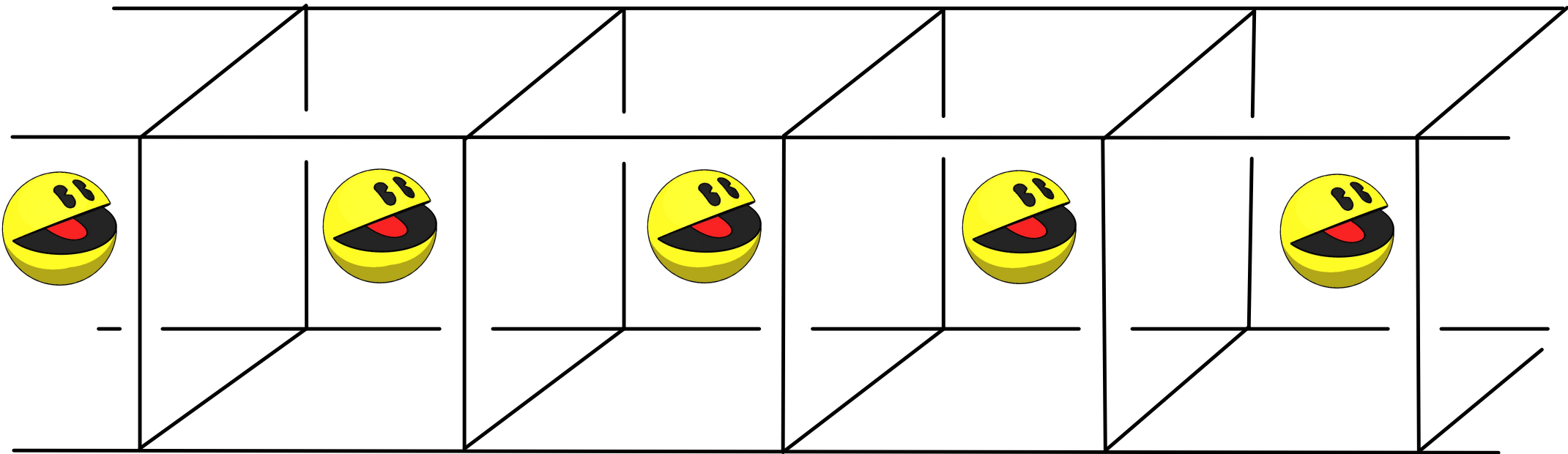
# Drei-dimensionale Räume



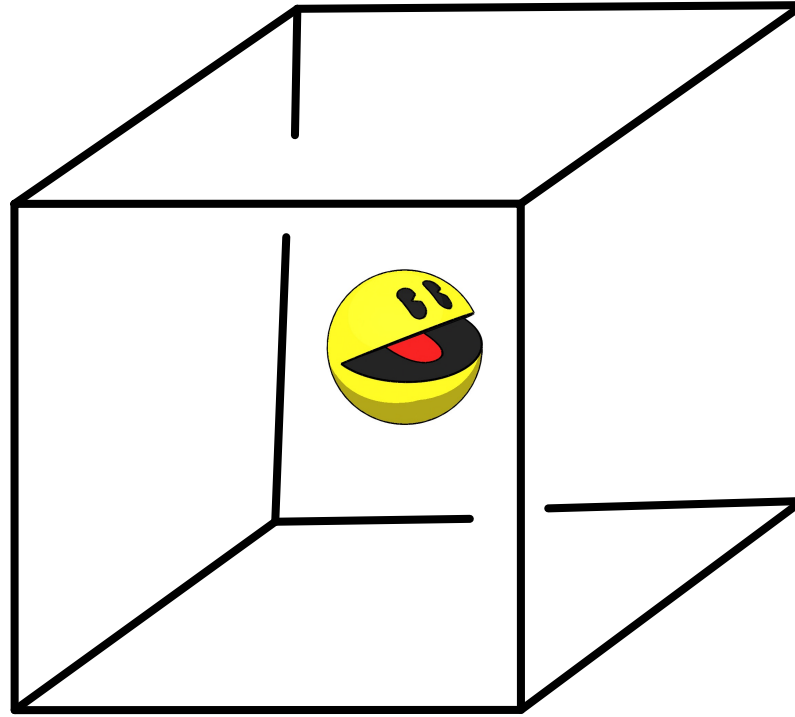
# Der drei-dimensionale Torus



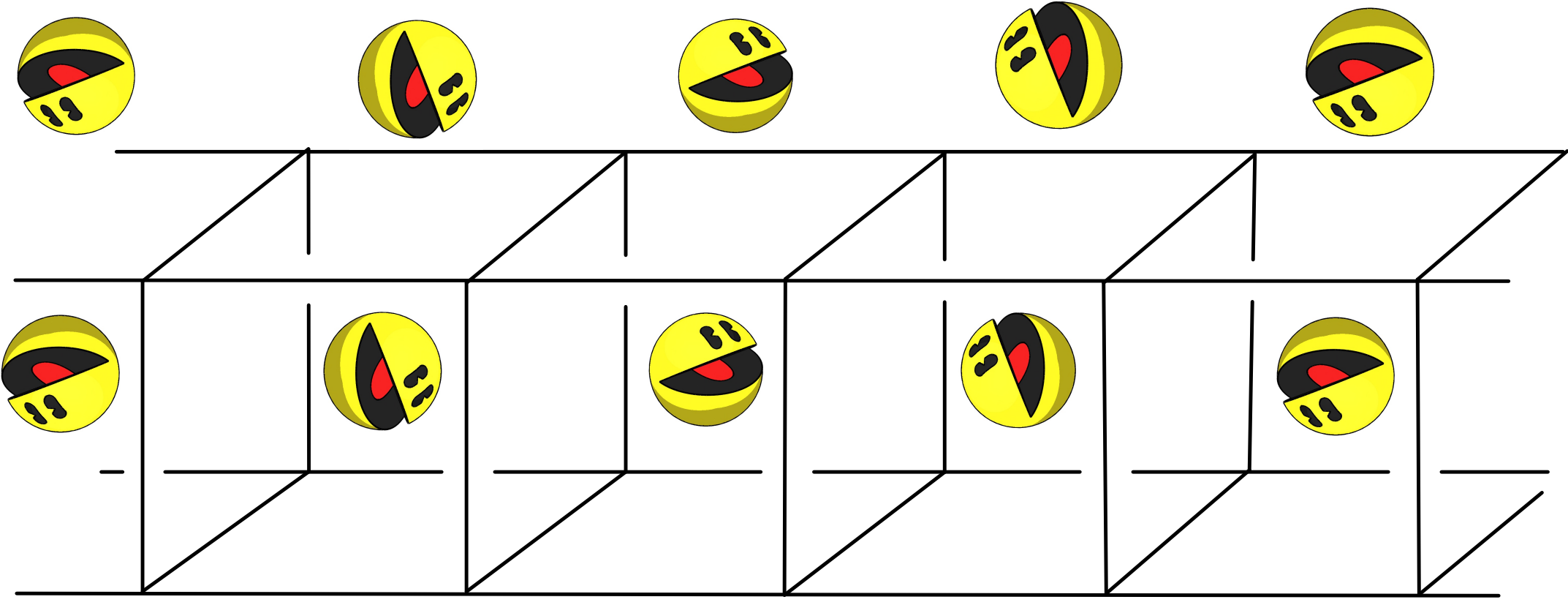
# Der drei-dimensionale Torus



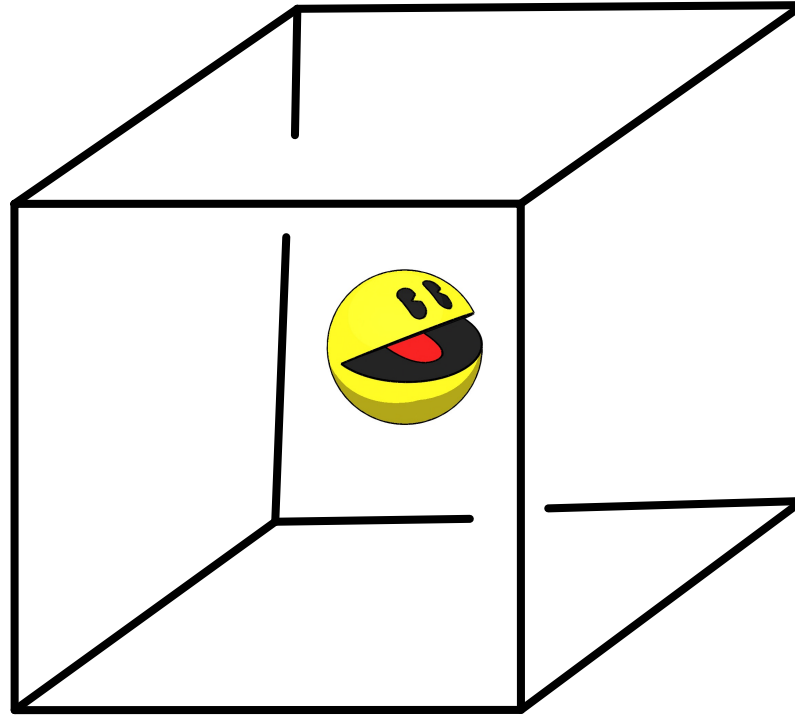
# Andere drei-dimensionale Räume: Vierteldrehraum



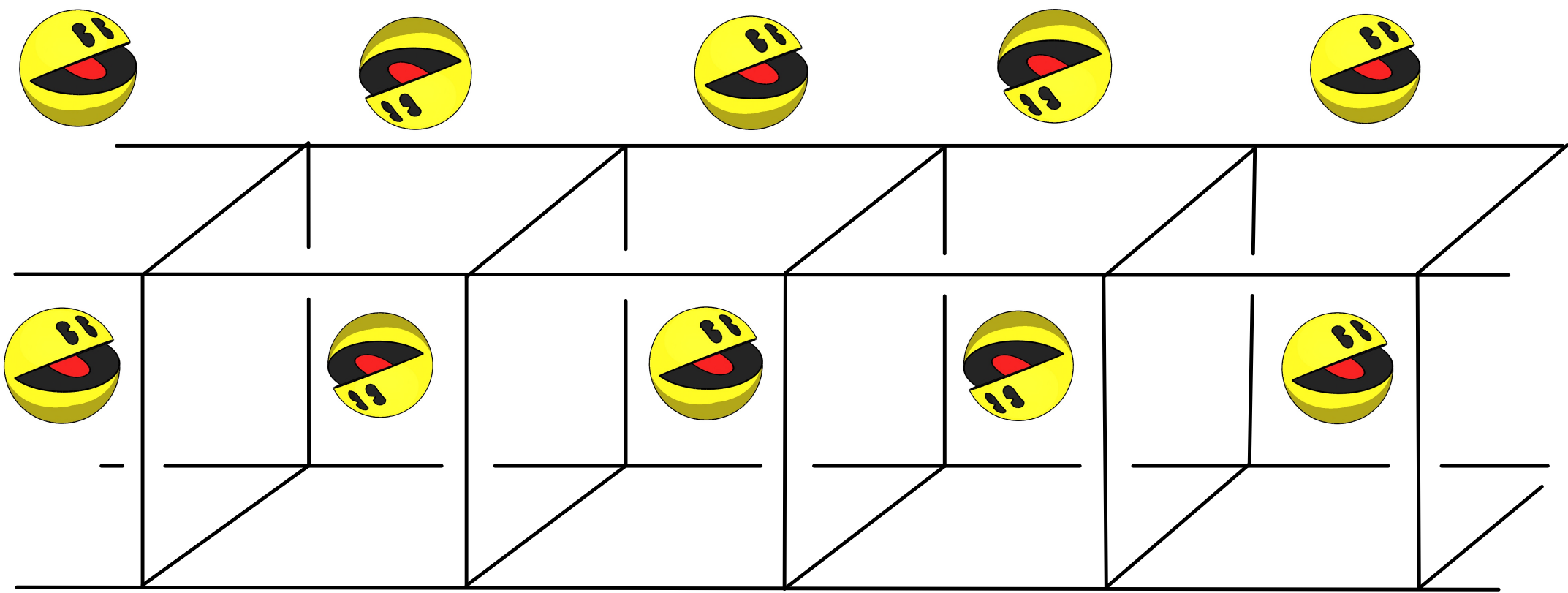
# Andere drei-dimensionale Räume: Vierteldrehraum



# Andere drei-dimensionale Räume: Halbdrehraum

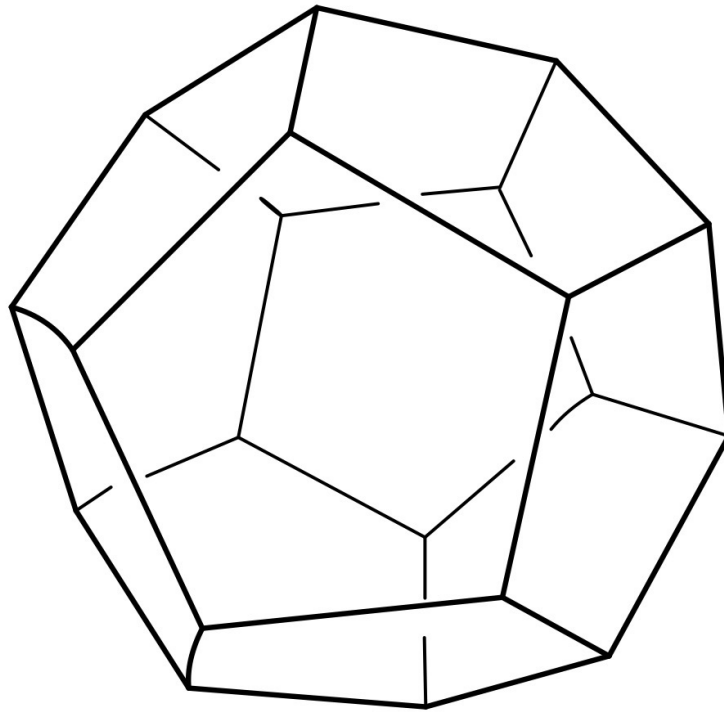


# Andere drei-dimensionale Räume: Halbdrehraum





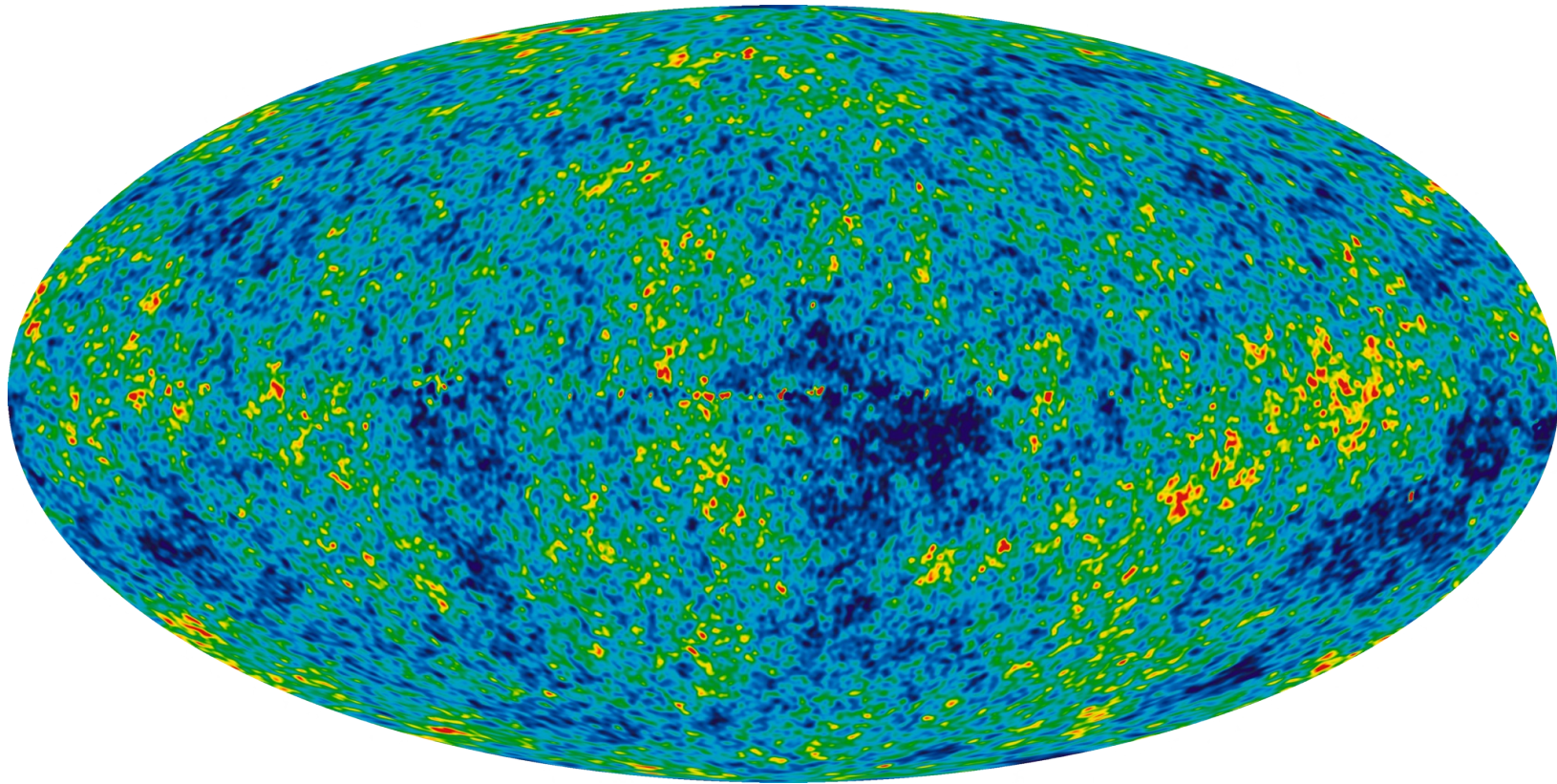
# Andere drei-dimensionale Räume: Poincaré-Raum



Welche Form hat unser Universum?



# Die Krümmung des Universums



Hintergrundstrahlung, Wilkinson Microwave Anisotropy Probe

- Krümmung ist überall gleichwertig und  $\approx 0$ .

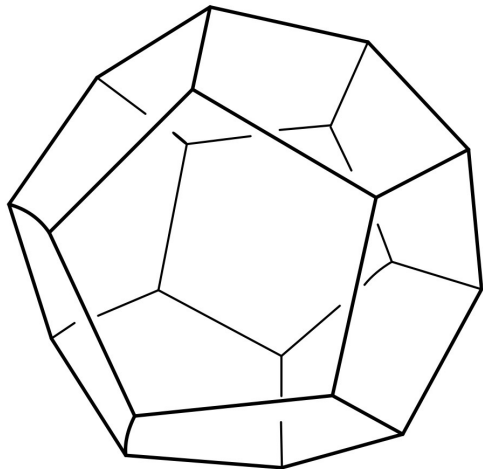
# Die Form des Universums

- Krümmung = 0  $\Rightarrow$  wenn unendlich, 4 Möglichkeiten

wenn endlich, 6 Möglichkeiten

zB Torus, Vierteldrehraum,  
Halbdrehraum,...

- Krümmung  $> 0$ , sehr klein  $\Rightarrow$  endlich!



wahrscheinlich Poincaré-Raum

(aber unendlich viele Möglichkeiten)

Die vierte Dimension?



# Raum und Zeit

- Das Universum und die Zeit bilden einen vier-dimensionalen Raum
- Wie viele vier-dimensionale Räume sind möglich?
- Es gab einen „Big Bang“. Wird es einen „Big Crunch“ geben?

# Zusammenfassung

- Räume können endlich oder unendlich sein  
einen oder keinen Rand haben  
 $> 0$   $= 0$   $< 0$  gekrümmt sein
- Wenn das Universum flach ist, gibt es 10 mögliche Formen.
- Zeit und Raum bilden einen vier-dimensionalen Raum.  
Was sind die mögliche Formen?

Mehr!

<https://www.geometrygames.org/>

Flächenland, Edwin A. Abbott

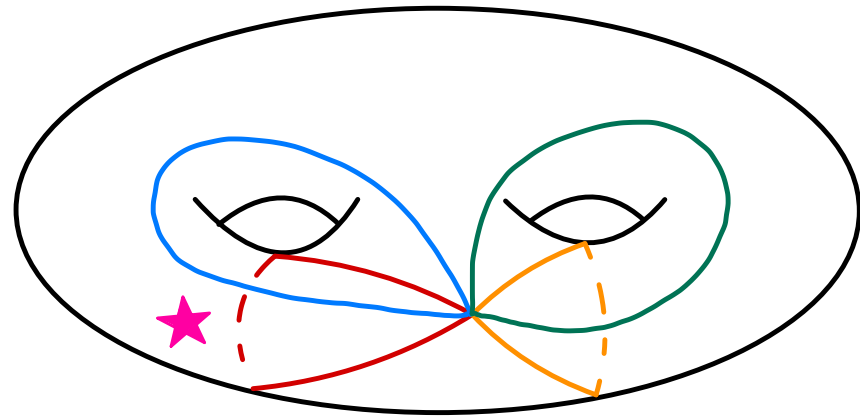
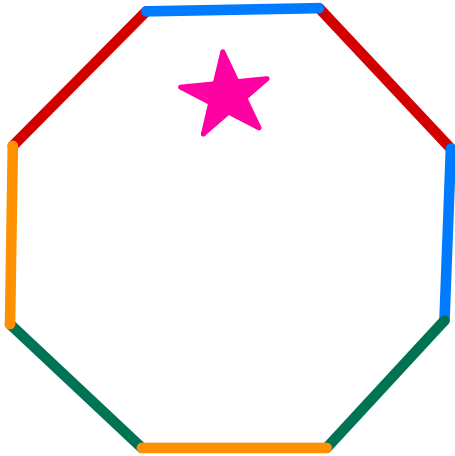
Das Zeiträtsel, Madeleine L'engle

The shape of space, Jeff Weeks

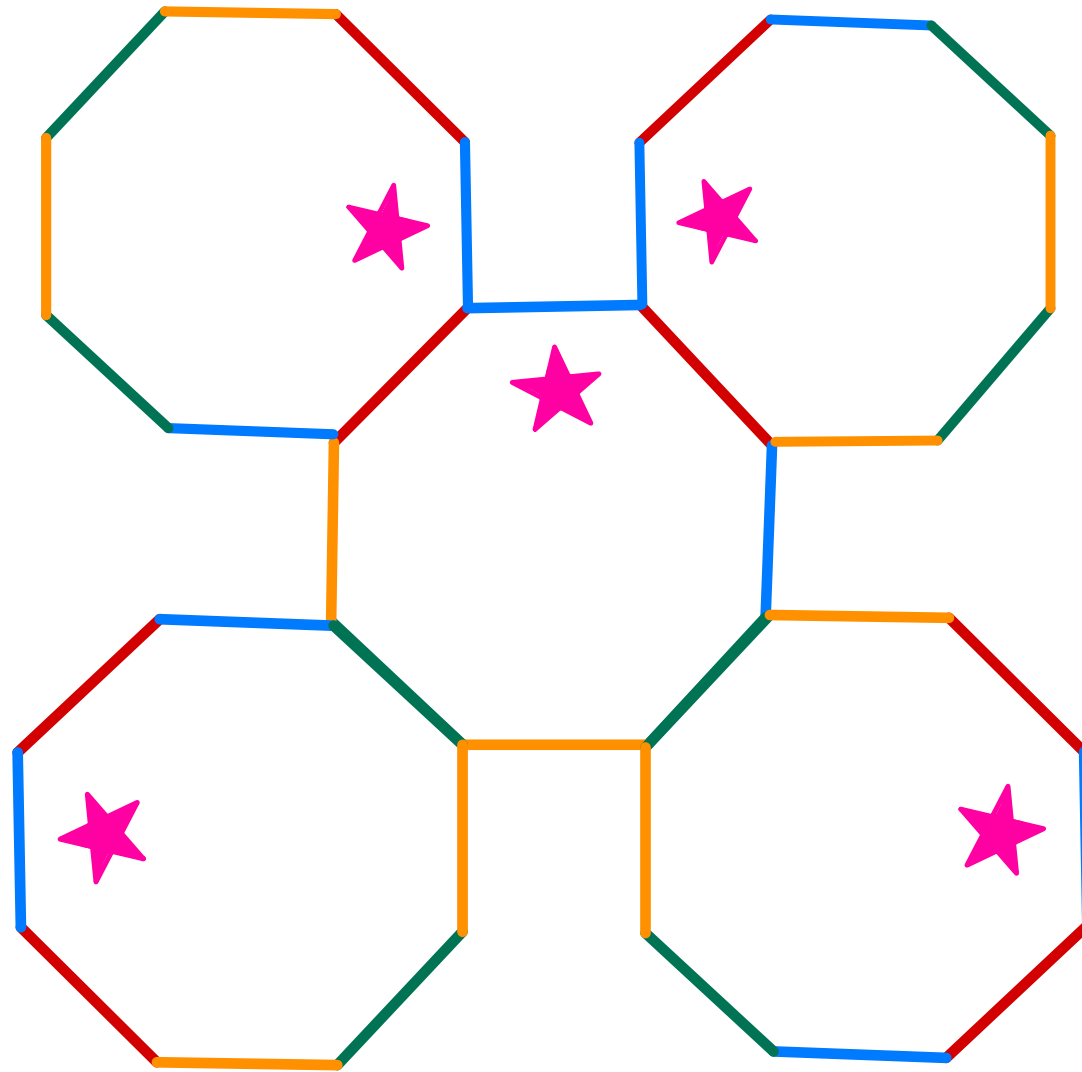
Shape, Jordan Ellenberg



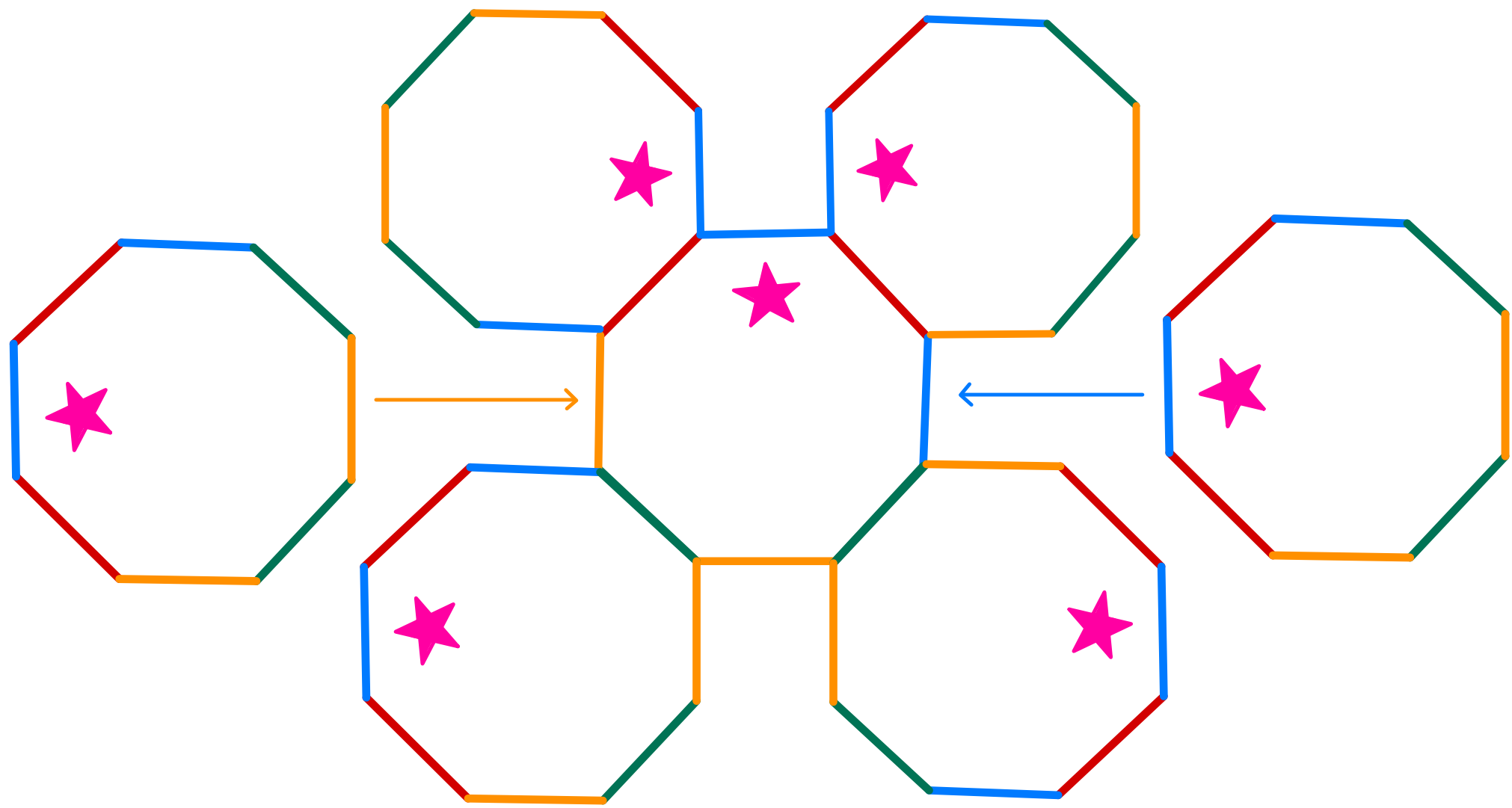
# Andere zwei-dimensionale Räume



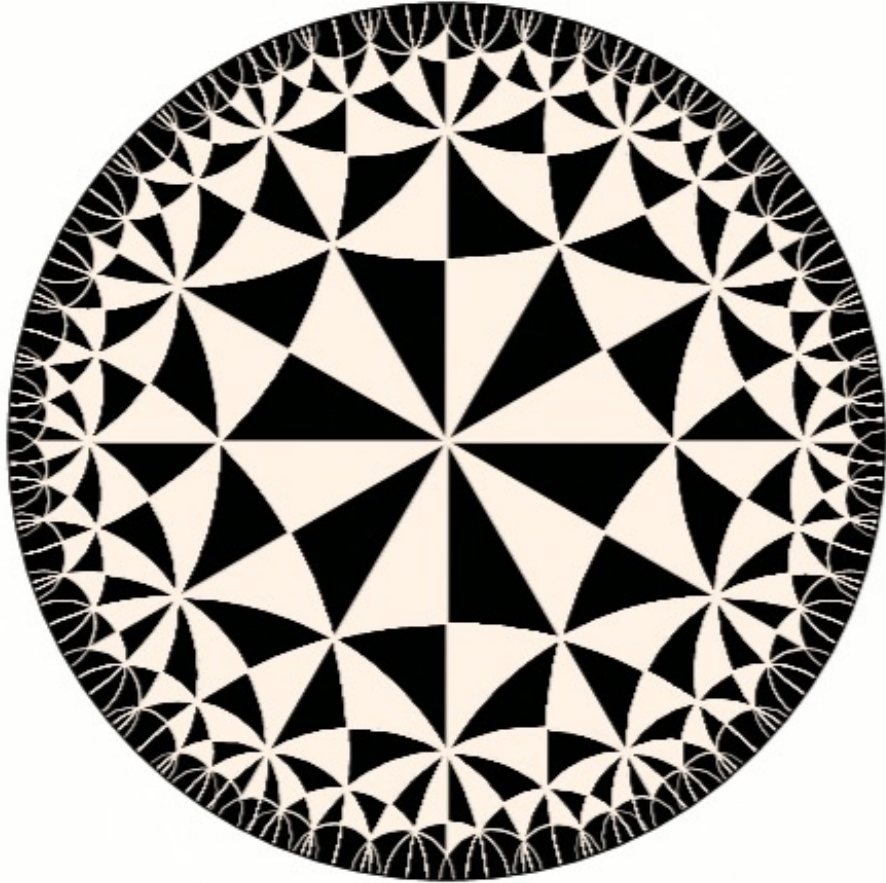
# Andere zwei-dimensionale Räume



# Andere zwei-dimensionale Räume



# Andere zwei-dimensionale Räume



Coxeter



Circle Limit III, M.C. Escher

Krümmung  $< 0$